

# ESTIMATION DE L'INCERTITUDE DE MESURE PAR LA METHODE DE MONTE-CARLO COMME OUTIL D'OPTIMISATION D'UN PROCESSUS D'ESSAI

D. BENHAMOU  
CT2M

Route de Lançon, 13250 Saint-Chamas

## Résumé

Pour estimer l'incertitude d'un paramètre obtenu à l'aide d'un modèle de régression dans lequel les grandeurs en abscisse et en ordonnée ont elles-mêmes des incertitudes significatives, les méthodes classiques ne sont pas adaptées.

La méthode de Monte-Carlo permet d'estimer simplement cette incertitude. Un exemple concret réalisé avec le Cemagref permet d'illustrer l'intérêt de cette méthode.

Outre l'estimation de l'incertitude, elle a également permis à notre partenaire d'optimiser son processus d'essai. Cela lui a servi à affiner les coefficients de sécurité pris suite à cet essai, ce qui a eu des répercussions économiques importantes d'un point de vue industriel.

## Summary

To estimate the uncertainty of a parameter determined by a model of regression in which the X-axis and the Y-axis have themselves significant uncertainties, the traditional methods are not adapted.

The method of Monte-Carlo makes it possible to estimate this uncertainty simply. A concrete example carried out with the Cemagref illustrates the interest of this method.

More than an estimation of the uncertainty, our partner has also been able to optimize its process in order to refine the safety coefficients taken following the tests. That had an important economic impact.

## Introduction

Cette méthode par simulation numérique est basée sur le tirage de nombres aléatoires. Elle permet, en connaissant le modèle de mesure (relation qui lie le résultat de mesure aux variables constituant la mesure) et les lois de distribution des différentes variables du modèle (sources d'incertitude), de « reproduire » ce qui se passe lors d'une vraie mesure.

Avec le développement des tableurs, cette méthode se révèle intéressante pour l'estimation des incertitudes.

Le Cemagref Aix (P. MERIAUX, P. DIMAILO et A. BERNARD) et le CT2M (G. MONAVON et D. BENHAMOU) ont appliqué cette méthode pour la détermination de l'incertitude de l'essai de cisaillement à la Grosse Boîte de Casagrande [2].

## Exemple d'application de la méthode de Monte-Carlo pour l'estimation des incertitudes à partir d'un modèle de régression linéaire

Dans cet exemple, on cherche l'incertitude sur la cohésion  $C$  d'un matériau et sur son angle  $\mu$  de frottement interne, déterminés par l'essai de cisaillement à la Grosse Boîte de Casagrande décrit en figure 1.

Le matériau, qui se situe dans les boîtes inférieure et supérieure de la Boîte de Casagrande, a été soumis à une série de 4 contraintes verticales  $\sigma$ . Les 4 contraintes horizontales résultantes,  $\tau$  ont été mesurées.

WTx : mesure force axe X  
 ZTx : mesure déplacement axe X  
 WTy : mesure force axe Y  
 ZTy : mesure déplacement axe Y

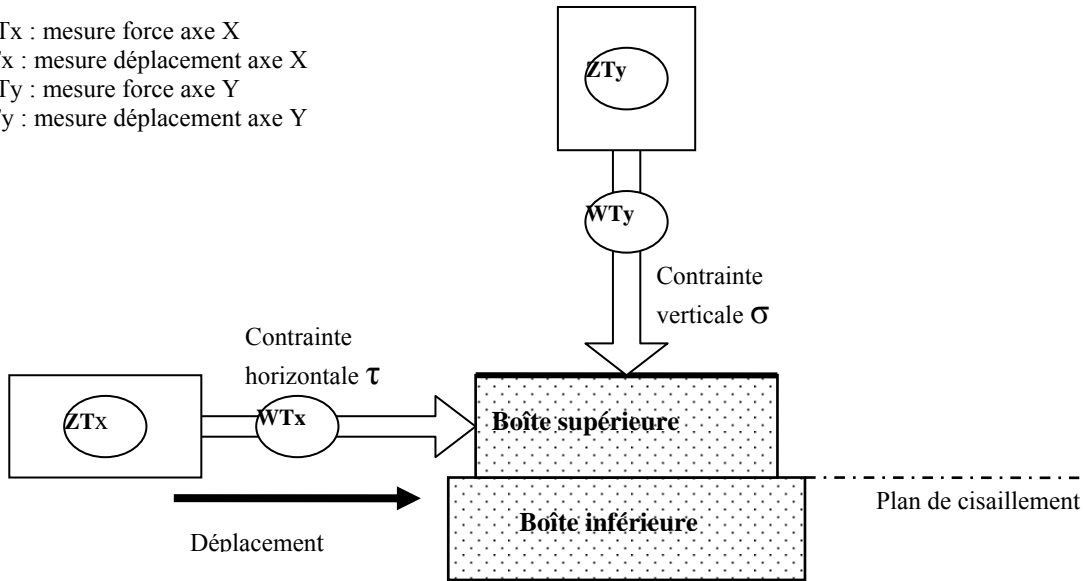


Figure 1 : Synoptique du principe de fonctionnement de l'essai de cisaillement à la Grosse Boîte de Casagrande

L'ordonnée à l'origine de la droite construite par la méthode des moindres carrés à partir des 4 couples ( $\sigma_i$  ;  $\tau_i$ ) nous donne C et la pente de cette droite donne  $\mu$  (cf. figure 2 ci-dessous).

Le but de cette étude a été de déterminer l'incertitude sur l'essai, c'est-à-dire les incertitudes sur C et  $\mu$ .

Dans un premier temps, nous avons analysé le processus de mesure et identifié tous les paramètres pouvant influencer l'essai. Les résultats sont présentés dans la figure 3 ci-dessous.

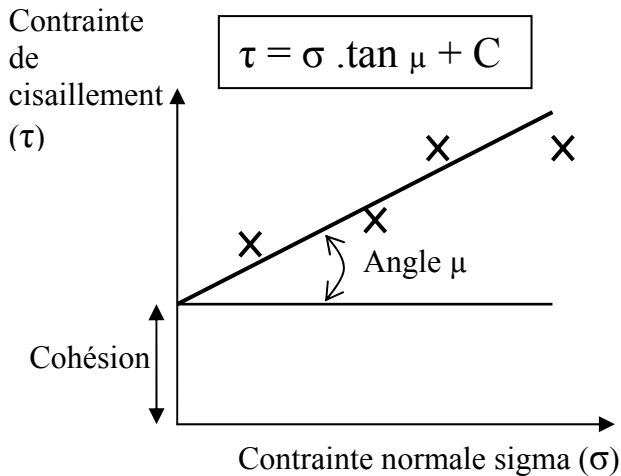


Figure 2 : Représentation graphique de la loi de Coulomb

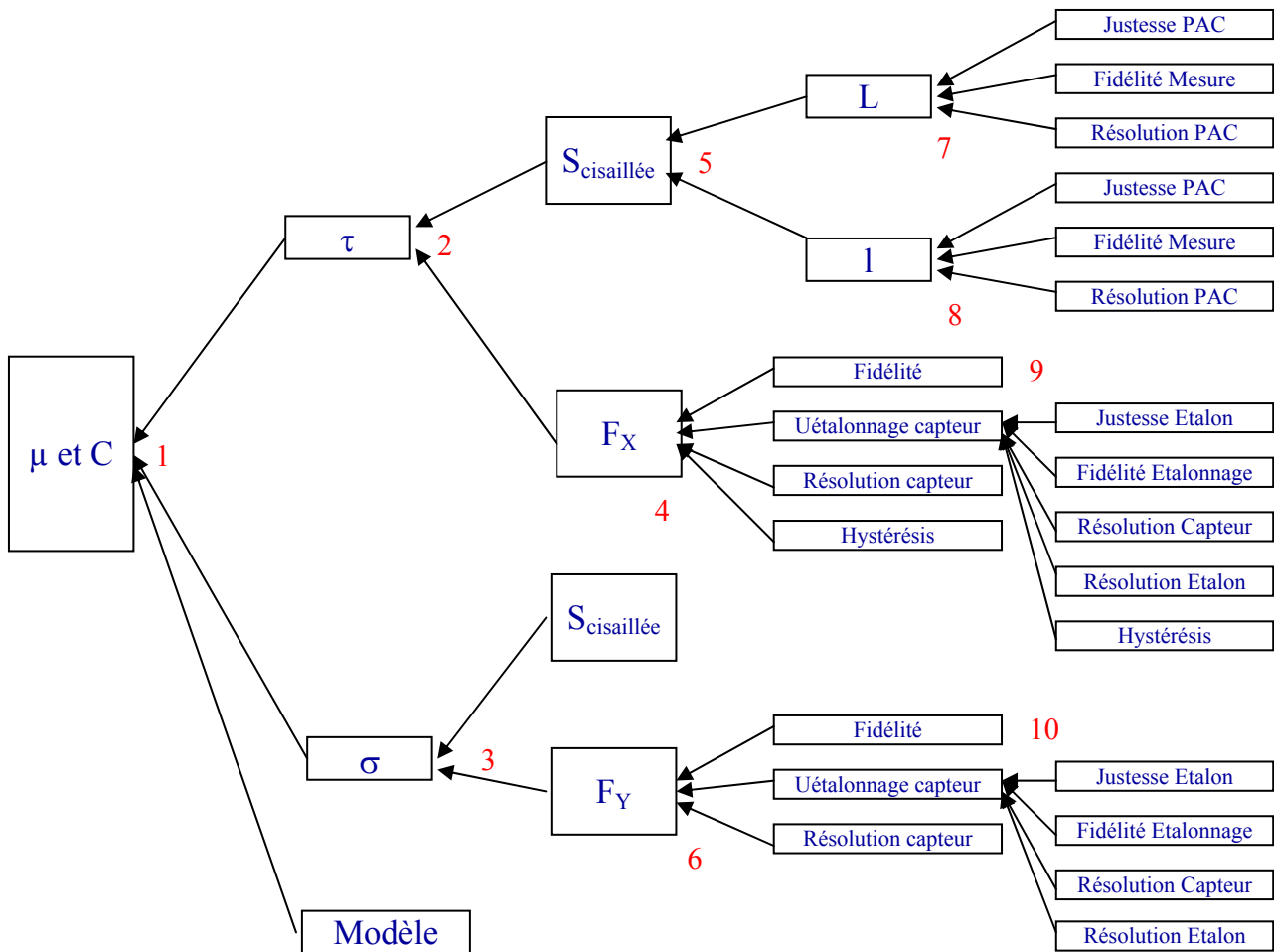


Figure 3 : Liste des paramètres d'influence sur l'essai de cisaillement à la Grosse Boîte de Casagrande.

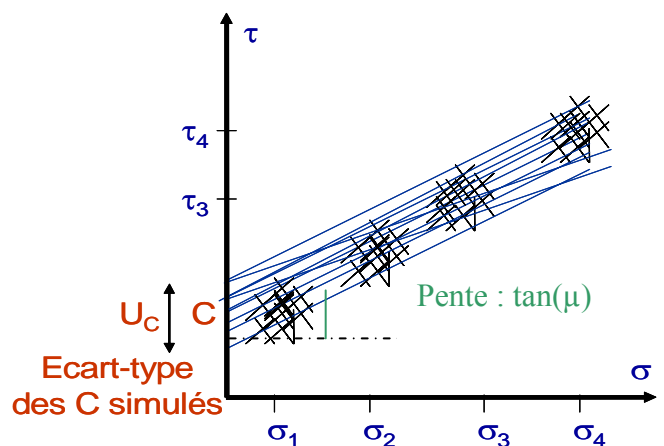
Les incertitudes sur  $\tau$  et  $\sigma$  (calculs 2 à 10) sont déterminées par la méthode classique du GUM [1], à partir notamment des certificats d'étalonnage des instruments.

Par contre, pour estimer l'incertitude sur C et  $\mu$ , une première méthode serait d'appliquer la loi de propagation des incertitudes aux formules de calcul des coefficients de régression linéaire de la méthode des moindres carrés. Ce qui se révèle long et très fastidieux...

La méthode de Monte-Carlo consiste à simuler les droites possibles construites à partir de tirages aléatoires de 4 couples  $\sigma$  et  $\tau$  comme dans la figure n°4.

Chaque droite possible va nous donner une ordonnée à l'origine possible et une pente possible. Les écarts-types de ces ordonnées à l'origine possibles et de ces pentes possibles sont

des estimations de l'incertitude sur C et sur  $\tan\mu$  (donc sur  $\mu$ ).



Les grands avantages de cette méthode sont sa simplicité et sa facilité d'utilisation, une fois le tableur de simulation numérique réalisé. Ce tableur a été développé par le CT2M sous Excel pour en faciliter l'utilisation par le client.

Ce fichier Excel sera mis à disposition des participants au Congrès de Métrologie afin qu'ils puissent le tester.

### **Conclusion**

Outre l'estimation de l'incertitude, elle a également permis à notre partenaire d'optimiser très facilement son processus d'essai (grâce aux liens automatiques sur Excel permettant la réactualisation de l'incertitude finale à chaque changement d'un paramètre).

Ainsi le Cemagref a permis affiner les coefficients de sécurité pris suite à cet essai, ce qui a eu des répercussions économiques importantes d'un point de vue industriel.

### **Références**

[1] GUM, Norme AFNOR, NF ENV 13005 – Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure, Août 1999.

[2] CT2M et Cemagref Aix, Etude métrologique des moyens d'essais du laboratoire de mécanique des sols – Grosse Boîte de Casagrande, Septembre 2006.